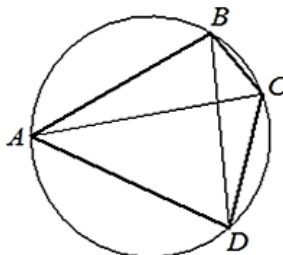
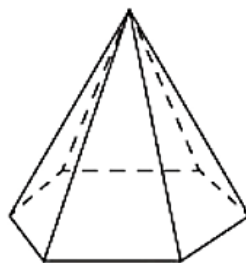


ЕГЭ математика профиль вариант №5

- 1 Четырёхугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 82° , угол ABD равен 47° . Найдите угол CAD . Ответ дайте в градусах.



- 2 Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды равна 2, боковое ребро равно 4. Найдите объем пирамиды.



- 3 Научная конференция проводится в 4 дня. Всего запланировано 80 докладов — первые два дня по 12 докладов, остальные распределены поровну между третьим и четвертым днями. На конференции планируется доклад профессора М. Порядок докладов определяется жеребьевкой. Какова вероятность, что доклад профессора М. окажется запланированным на последний день конференции?

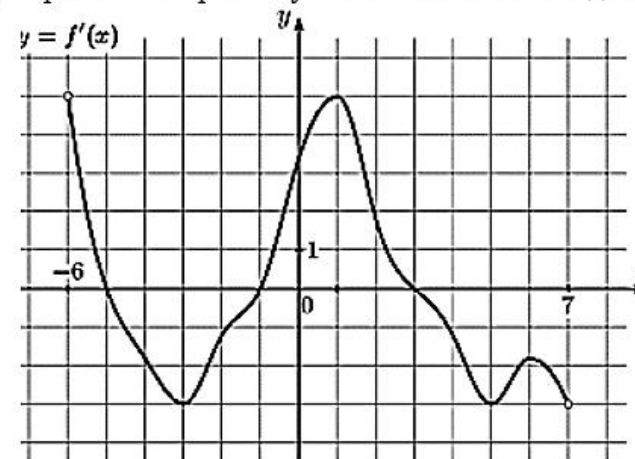
- 4 В коробке 9 синих, 11 красных и 5 зеленых фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Какова вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастер?

- 5 Найдите корень уравнения: $\log_{(3-x)} 25 = 2$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

- 6 Найдите значение выражения $\frac{19}{\cos^2 37^\circ + \cos^2 53^\circ + 3}$

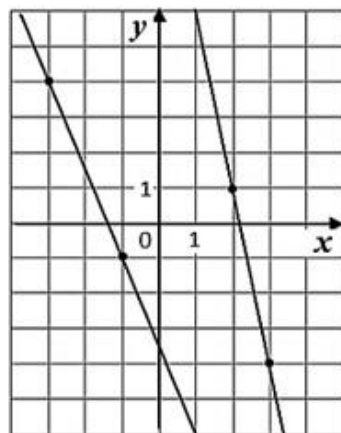
- 7 На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-6; 7)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 3x - 14$ или совпадает с ней.



- 8 В ходе распада радиоактивного изотопа, его масса уменьшается по закону $m(t) = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$, где m_0 — начальная масса изотопа, t (мин) — прошедшее от начального момента время, T — период полураспада в минутах. В лаборатории получили вещество, содержащее в начальный момент времени $m_0 = 40$ мг изотопа Z , период полураспада которого $T = 10$ мин. В течение скольких минут масса изотопа будет не меньше 5 мг?

9 Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 300 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

10 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.



11 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 5e^x - 2$ на отрезке $[-2; 1]$

12 а) Решите уравнение: $\frac{2 \cos^2 x - \sqrt{3} \cos x}{\log_4(\sin x)} = 0$

б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$

13 Плоскость α проходит через середину ребра AD прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ перпендикулярно прямой BD_1 .

а) Докажите, что угол между плоскостью α и плоскостью ABC равен углу между прямыми BB_1 и B_1D .

б) Найдите угол между плоскостью α и плоскостью ABC , если объём параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ равен $48\sqrt{3}$, $AB = 2\sqrt{3}$ и $AD = 6$.

14 Решите неравенство $\frac{8}{\log_2 16x} \geq \frac{3}{\log_2 8x} + \frac{1}{\log_2 2x}$

15 В начале года Алексей приобрел ценные бумаги на сумму 15 тыс. рублей. В середине каждого года стоимость ценных бумаг возрастает на 3 тыс. рублей. В любой момент Алексей может продать ценные бумаги и положить вырученные деньги на банковский счет. В середине каждого года сумма на счете будет увеличиваться на 8%. В начале какого года после покупки Алексей должен продать ценные бумаги, чтобы через двадцать лет после покупки ценных бумаг сумма на банковском счете была наибольшей?

16 Окружность с центром O , построенная на катете AC прямоугольного треугольника ABC как на диаметре, пересекает гипотенузу AB в точках A и D . Касательная, проведенная к этой окружности, в точке D , пересекает катет BC в точке M .

а) Докажите, что $BM = CM$.

б) Прямая DM пересекает прямую AC в точке P , прямая OM пересекает прямую BP в точке K . Найдите $BK:KP$, если $\cos \angle BAC = \frac{4}{5}$.

17 Найдите значения a , при каждом из которых уравнение

$$\ln(4x - 1) \sqrt{x^2 - 6x + 6a - a^2} = 0$$

имеет ровно один корень, на промежутке $[0; 3]$

18 Склад имеет форму прямоугольного параллелепипеда, длина ребер которого выражается целыми числами. Этот склад заполняется прямоугольными контейнерами с размерами $1 \times 1 \times 3$ м. Контейнеры на складе можно класть как угодно, но параллельно границам склада.

а) Может ли оказаться, что полностью заполнить склад размером 120 кубометров нельзя?

б) Может ли оказаться, что на склад объемом 100 кубометров не удастся поместить 33 контейнера?

в) Пусть объем склада равен 800 кубометров. Какой процент объема такого склада удастся гарантировано заполнить контейнерами при любой конфигурации склада?