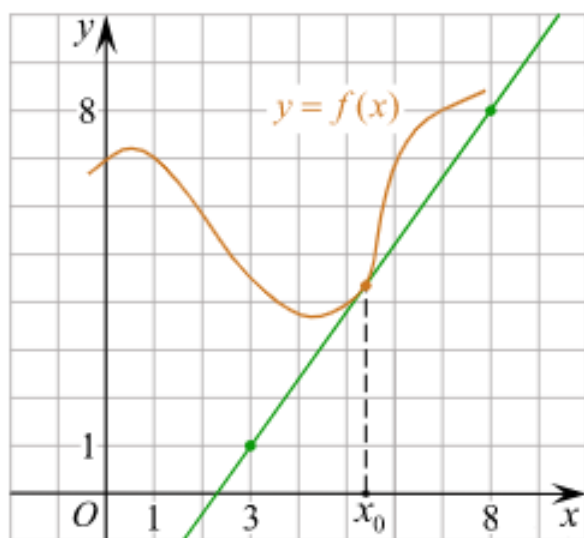


ЕГЭ математика профиль Вариант 3**Тестовая часть**

1. Четырехугольник ABCD вписан в окружность. Угол ABC равен 110° , угол ABD равен 70° . Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.
2. Во сколько раз увеличится объем конуса, если радиус его основания увеличится в 1,5 раза, а высота останется прежней?
3. Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов — первые три дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между четвертым и пятым днями. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что доклад профессора К. окажется запланированным на последний день конференции?
4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.
5. Найдите корень уравнения $(\frac{1}{25})^{x+2} = 5^{x+5}$.
6. Найдите значение выражения $\frac{24}{3^{\log_3 2}}$.
7. На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

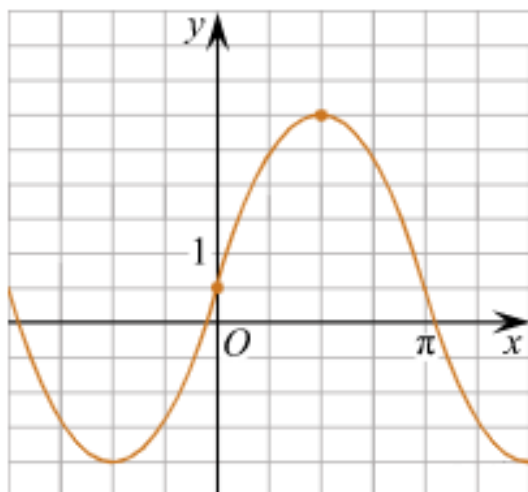


8. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна $P = m \left(\frac{v^2}{L} - g \right)$, где m – масса воды в килограммах, v – скорость движения ведёрка в м/с, L – длина верёвки в метрах, g – ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ м/с}^2$). С какой наименьшей скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 40 см? Ответ выразите в м/с.

9. Баржа в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, баржа отправилась назад и вернулась в пункт А в 16:00 того же дня. Определите (в км/час) скорость течения реки, если известно, что собственная скорость баржи равна 7 км/ч.

10. На рисунке изображён график функции

$f(x) = a \sin x + b$. Найдите b .



11. Найдите точку максимума функции $y = \frac{16}{x} + x + 3$.

Развернутая часть

12. а) Решите уравнение $36^{\sin 2x} = 6^{2 \sin x}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{7\pi}{2}; -\frac{5\pi}{2}\right)$.

13. Вокруг куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 3 описана сфера. На ребре CC_1 взята точка M так, что плоскость, проходящая через точки A , B и M , образует угол 15° с плоскостью ABC .

а) Постройте линию пересечения сферы и плоскости, проходящей через точки A , B и M .

б) Найдите длину линии пересечения плоскости сечения и сферы.

14. Решите неравенство $\frac{|x^2+2x-3|-|x^2+3x+5|}{2x+1} \geq 0$.

15. 15-го января планируется взять кредит в банке на 18 месяцев. Условия его возврата таковы:

1) 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

2) со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

3) 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Сколько процентов от суммы кредита составляет общая сумма денег, которую нужно выплатить банку за весь срок кредитования?

16. Медианы AA_1 , BB_1 и CC_1 треугольника ABC пересекаются в точке M . Точки A_2 , B_2 и C_2 — середины отрезков MA , MB и MC соответственно.

а) Докажите, что площадь шестиугольника $A_1 B_2 C_1 A_2 B_1 C_2$ вдвое меньше площади треугольника ABC .

б) Найдите сумму квадратов всех сторон этого шестиугольника, если известно, что $AB = 4$, $BC = 7$ и $AC = 8$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{(x^2 + |x|)(x^2 + 5|x| + 6)} + 1 = 3|x| - 3ax - a^2 + 1$$

имеет корни как большие -3 , так и меньшие -3 .

18. У Арсения была кучка из 100 камешков. Каждым ходом он делил какую-то из кучек на две меньших, пока у него не оказалось 100 кучек по одному камешку.

а) Возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 30 кучках было ровно 60 камешков?

б) Возможно ли, что в какой-то момент в каких-то 20 кучках было в сумме ровно 60 камешков?

в) Мог ли Арсений действовать так, чтобы ни в какой момент не нашлось 19 кучек, в которых в сумме ровно 60 камешков?